

Raisonnements mathématiques

Contrôle n°3 bis (30 minutes)

5 décembre 2016

Les documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits.

Exercice 1 (3 points)

Prouver soigneusement que pour tout entier naturel n , on a

$$\sum_{k=0}^n k2^k = (n-1)2^{n+1} + 2.$$

Exercice 2 (2 points)

Soient $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow G$ deux applications.

1. Montrer que si $g \circ f$ est injective, alors f est injective.

2. Montrer que si $g \circ f$ est surjective, alors g est surjective.

Exercice 3 (5 points)

Soit $f : E \rightarrow F$ une application, et A et B des parties de E .

1. Montrer que $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$.

2. Montrer que $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

3. A-t-on toujours $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$? Justifier.