

## Raisonnements mathématiques

### Contrôle n°3 bis (30 minutes)

5 décembre 2016

*Les documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits.*

#### Exercice 1 (3 points)

Prouver soigneusement que pour tout entier naturel  $n$ , on a

$$\sum_{k=0}^n k2^k = (n-1)2^{n+1} + 2.$$

#### Exercice 2 (2 points)

Soient  $f : E \rightarrow F$  et  $g : F \rightarrow G$  deux applications.

1. Montrer que si  $g \circ f$  est injective, alors  $f$  est injective.

2. Montrer que si  $g \circ f$  est surjective, alors  $g$  est surjective.

**Exercice 3** (5 points)

Soit  $f : E \rightarrow F$  une application, et  $A$  et  $B$  des parties de  $E$ .

1. Montrer que  $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ .

2. Montrer que  $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$ .

3. A-t-on toujours  $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$  ? Justifier.