NOM :
PRÉNOM : L1 - RM1 - Groupe Math 2

Raisonnements mathématiques

Contrôle n°2

(30 minutes)

25 octobre 2016

Les documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits.

Exercice 1 *(3,5 points)*

1. Donner la valeur de vérité de la proposition suivante, en justifiant votre réponse :

$$\forall x \in \mathbb{R} \;\; \exists y \in \mathbb{C} \quad x^2 + y^2 \leq 0.$$

Indication : penser aux nombre imaginaires purs.

2. Donner la négation de l'énoncé suivant, et en déduire sa valeur de vérité.

$$\exists x \in \mathbb{R} \;\; \forall y \in \mathbb{C} \quad x^2 + y^2 > 0.$$

3. Soient A et B des variables booléennes. Montrer l'égalité suivante :

$$(\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A) = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B).$$

Exercice 2 1 *(4 points)*

1. Compléter, *quand c'est possible*, avec les symboles $\in$ ou $\subseteq$:

(a) $a \;\ldots\; \{a, b, c\}$

(b) $\{a\} \;\ldots\; \{a, b, c\}$

(c) $\emptyset \;\ldots\; \{a, b, c\}$

(d) $\{\emptyset\} \;\ldots\; \{a, b, c\}$

(e) $\{\emptyset\} \;\ldots\; \{\{\emptyset\}, \{a, b\}, 1\}$

(f) $\{1, 2\} \;\ldots\; \mathcal{P}(\{1, 2, 6, 5\})$

(g) $[0, 1] \;\ldots\; \{0, 1\} \cup]0, 1[$

(h) $]0, 1] \cup \{2\} \;\ldots\;]0, 2[$

2. Donner une définition sous forme d'*extension généralisée* de l'ensemble

$$\{2^k + 1 : k \in \mathbb{N}\}.$$

3. Donner une définition sous forme d'image d'une fonction de l'ensemble

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 + 3y + 1 = 0\}.$$

Indication : prendre (x, y) dans l'ensemble, et exprimer y en fonction de x.

3.

4.

Exercice 2 *(2,5 points)*

Soient A et B des sous-ensembles de E. On rappelle que le complémentaire de A est $A^c = E \setminus A$.

1. Montrer que $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$.
2. Montrer que $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.
3. Montrer que $(A^c)^c = A$, puis déduire des questions précédentes que $A \cap B = (A^c \cup B^c)^c$.
4. Déduire de deux manières différentes que $A \cup B = (A^c \cap B^c)^c$.