

Raisonnements mathématiques

Contrôle n°1 (30 minutes)

4 octobre 2016

Les documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits.

Exercice 1 (2 points)

1. Donner les variables libres et variables liées de l'expression suivante :

$$\sum_{i=1}^N \frac{1}{i+j}$$

2. Soit $S_N = \sum_{i=1}^N \frac{1}{i+2}$, pour $N \geq 1$ entier naturel. Calculer S_1 et S_2 .

1.

2.

Exercice 2 (5 points)

1. Compléter les énoncés suivants par le connecteur logique approprié (\implies , \impliedby ou \iff) :

(a) $\forall x \in \mathbb{R} \quad (\sin x = 0 \quad \dots \quad x = 0)$

(b) $\forall x \in \mathbb{R} \quad (\sin x = 0 \quad \dots \quad (\exists k \in \mathbb{Z} \quad x = k\pi))$

2. On définit l'opération logique « OU exclusif » notée \oplus par

$$A \oplus B = (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B).$$

Compléter la table de vérité suivante :

A	B	$A \vee B$	$\neg(A \wedge B)$	$A \oplus B$
Faux	Faux			
Faux	Vrai			
Vrai	Faux			
Vrai	Vrai			

Exercice 3 (3 points)

1. Donner la valeur de vérité de l'expression suivante, en justifiant votre réponse :

$$\forall x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{N} \quad x - 3y = 0$$

2. Cela change-t-il quelque chose de remplacer le second \mathbb{N} par \mathbb{R} , comme ci-dessous ? Justifier.

$$\forall x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{R} \quad x - 3y = 0$$

1.

2.

Exercice 4 (2 points)

Montrer par la méthode de votre choix (table de vérité, calcul, ...) l'égalité

$$A \oplus B = (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B).$$